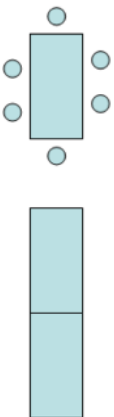


**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Terme mit Variablen

**Aufgabe 1/17**

Es gibt Tische, an deren Breitseite jeweils eine und an deren Längsseite jeweils zwei Personen Platz nehmen können.



Gib an, wie viele Personen Platz haben, wenn man

- a) zwei
- b) drei
- c) n

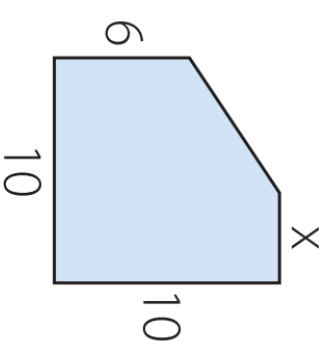
Tische an ihrer Breitseite zusammenstellt.

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Terme mit Variablen

**Aufgabe 2/17**

Gib zu der Figur zwei verschiedene Terme  $T(x)$  an, mit denen der Flächeninhalt der abgebildeten Figur berechnet werden kann.

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Terme mit Variablen

**Aufgabe 3/17**

Berechne jeweils die Termwerte des folgenden Terms für  $x \in \{-1; 0; 1\}$ .

$$T(x) = \left(\frac{1}{6} - x + x^2\right) : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Terme mit Variablen

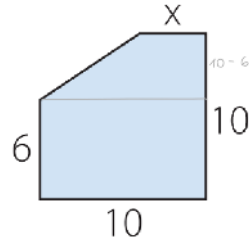
**Aufgabe 4/17**

Berechne jeweils die Termwerte des folgenden Terms

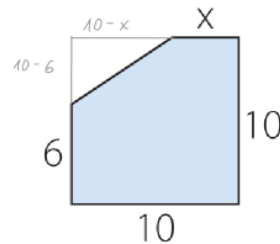
$$\text{für } (x; y) = (0; 1); (-1; 2); (1; -1); (1; 2).$$

$$T(x; y) = \frac{x^2y - y^2x}{x + y}$$

$$T(x) = A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Trapez}} = 6 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (10 + x) \cdot 4$$



$$T(x) = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Dreieck}} = 10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot (10 - x) \cdot 4$$



$$T(0; -1) = \frac{0^2 \cdot (-1) - (-1)^2 \cdot 0}{0 + (-1)} = \frac{0}{-1} = 0$$

$$T(-1; 2) = \frac{(-1)^2 \cdot 2 - 2^2 \cdot (-1)}{-1 + 2} = \frac{6}{1} = 6$$

$$T(1; -1) = \frac{1^2 \cdot (-1) - (-1)^2 \cdot 1}{1 + (-1)} = \frac{-2}{0} = \text{keine Lösung}$$

$$T(1; 2) = \frac{1^2 \cdot 2 - 2^2 \cdot 1}{1 + 2} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$$

An den Längsseiten passen je Tisch 4 Personen und an den Breitseiten insgesamt 2, also

- $T(2) = 4 \cdot 2 + 2 = 10$
- $T(3) = 4 \cdot 3 + 2 = 14$
- $T(n) = 4 \cdot n + 2$

$$T(-1) = \left( \frac{1}{6} - (-1) + (-1)^2 \right) : \left( -\frac{1}{3} \right) = \frac{13}{6} \cdot (-3) = -\frac{13}{2}$$

$$T(0) = \left( \frac{1}{6} - 0 + 0^2 \right) : \left( -\frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6} \cdot (-3) = -\frac{1}{2}$$

$$T(1) = \left( \frac{1}{6} - 1 + 1^2 \right) : \left( -\frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6} \cdot (-3) = -\frac{1}{2}$$

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Umformen von Termen

**Aufgabe 5/17**

Berechne und vereinfache so weit wie möglich.

$$(k - 4m)(3s - p) - (4m - 5k)(7s + 3p)$$

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Umformen von Termen

**Aufgabe 6/17**

Ersetze jeweils  $\bigcirc$ ,  $\square$  und  $\Delta$  (bzw.  $\square$  und  $\Delta$ ) durch Terme, so dass eine wahre Gleichung entsteht.

a)  $(2a - \bigcirc)(11b + 3d) = 22ab + \square - \Delta - 21cd$

b)  $(3a + \Delta)^2 = 9a^2 + \square + 4b^2$

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Umformen von Termen

**Aufgabe 7/17**

Faktorisiere die folgenden Terme so weit wie möglich:

a)  $5x^2 + 30x + 45$

b)  $7x^3 - 7x$

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Symmetrie von Figuren

**Aufgabe 8/17**

- Gib die Definitionseigenschaft der Raute an!
- Gib an, ob die Raute symmetrisch ist und wenn ja, welche Art von Symmetrie vorliegt!
- Nimm begründet Stellung zu folgender Aussage:  
Eine Raute mit einem rechten Innenwinkel ist ein Quadrat.

- a)  $\bigcirc$  mal  $3d$  muss  $21cd$  geben, also  $\bigcirc = 7c$   
 Wegen des Pluszeichens ist  $\square = 2a \cdot 3d = 6ad$   
 Es bleibt  $\Delta = 7c \cdot 11b = 77bc$
- b)  $\Delta = 2b$   
 $\square = 2 \cdot 3a \cdot 2b = 12ab$

- a) Eine Raute ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten
- b) Achsensymmetrisch bzgl. der 2 Symmetrieachsen (= Diagonalen)  
 Punktsymmetrisch bzgl. Diagonalschnittpunkt
- c) Die Aussage ist richtig, da diese Raute beide Bedingungen für ein Quadrat erfüllt:
- die Raute hat vier gleich lange Seiten
  - diese Raute hat auch 4 rechte Winkel, da der gegenüberliegende Winkel des rechten Winkels auch  $90^\circ$  betragen muss (Symmetrie) und die beiden restlichen Winkel aufgrund der Innenwinkelsumme des Vierecks und der Symmetrie ebenfalls je ein rechter Winkel sein müssen.

$$\begin{aligned}
 & (k - 4m)(3s - p) - (4m - 5k)(7s + 3p) \\
 &= 3ks - kp - 12ms + 4mp - (28ms + 12mp - 35ks - 15kp) \\
 &= 3ks - kp - 12ms + 4mp - 28ms - 12mp + 35ks + 15kp \\
 &= 38ks + 14kp - 40ms - 8mp
 \end{aligned}$$

- a)  $5 \cdot (x^2 + 6x + 9) = 5 \cdot (x + 3)^2$
- b)  $7x \cdot (x^2 - 1) = 7x \cdot (x + 1)(x - 1)$

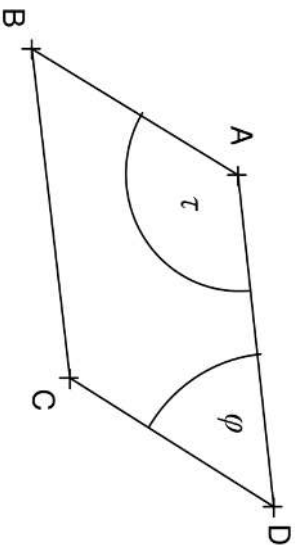
**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Winkelbetrachtungen an Figuren

**Aufgabe 9/17**

Bei Verwendung von Winkelbeziehungen sind jeweils Begründungen anzugeben.

Berechne die Winkel  $\tau$  und  $\varphi$  im Parallelogramm ABCD, wenn gilt:  $\tau$  ist 1,5-mal so groß wie  $\varphi$ .

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Lineare Gleichungen

**Aufgabe 11/17**

Löse folgende Gleichung systematisch.

$$(2x - 5)(x + 1) - 3x(3 - 2x) = 10 - 4x(5 - 2x)$$

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Lineare Gleichungen

**Aufgabe 10/17**

Löse folgende Gleichung systematisch.

$$\frac{1}{2} \left( 5 + 6 \frac{1}{2} x \right) + 3 = 4 \frac{3}{4} + 1 \frac{1}{2} x$$

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Lineare Gleichungen

**Aufgabe 12/17**

Fritz ist 3 Jahre älter als Lisa, Lisa ist 5 Jahre jünger als Alex.

Ihre Mutter ist 15-mal so alt wie Lisa.

Zusammen sind die Kinder 16 Jahre jünger als die Mutter.

Bestimme mithilfe einer geeigneten Gleichung das Alter von Lisa.

$$\frac{1}{2} \left( 5 + \frac{13}{2} x \right) + 3 = \frac{19}{4} + \frac{3}{2} x$$

$$\frac{5}{2} + \frac{13}{4} x + 3 = \frac{19}{4} + \frac{3}{2} x \quad | \cdot \text{Hauptnenner } 4$$

$$10 + 13x + 12 = 19 + 6x$$

$$22 + 13x = 19 + 6x \quad | - 6x$$

$$22 + 7x = 19 \quad | - 22$$

$$7x = -3 \quad | : 7$$

$$x = -\frac{3}{7}$$

- 1) Festlegen der Variable, z.B. :  $x$  = Alter von Lisa
- 2) Darstellen der anderen Größen mit Hilfe von  $x$ :
  - $x + 3$  = Alter von Fritz
  - $x + 5$  = Alter von Alex
  - $15x$  = Alter der Mutter
- 3) Gleichung:
  - $x + x + 3 + x + 5 = 15x - 16$
  - $3x + 8 = 15x - 16 \quad | - 15x$
  - $-12x + 8 = -16 \quad | - 8$
  - $-12x = -24 \quad | : (-12)$
  - $x = 2 \quad \Rightarrow$  Lisa ist 2 Jahre alt

Verlängere  $\overline{AD}$  über A hinaus, dann ist der Nebenwinkel von  $\tau$  so groß wie  $\varphi$  und sie ergänzen sich zu  $180^\circ$ . Damit ist:

$$\tau + \varphi = 180^\circ$$

$$1,5\varphi + \varphi = 180^\circ$$

$$2,5\varphi = 180^\circ$$

$$\varphi = 180^\circ : 2,5 = 180^\circ : \frac{5}{2} = 180^\circ \cdot \frac{2}{5} = 72^\circ$$

$$\tau = 1,5 \cdot \varphi = 108^\circ$$

Oder:

In einem Parallelogramm sind gegenüberliegende Winkel gleich groß. Deshalb:

$$2 \cdot \tau + 2 \cdot \varphi = 360^\circ \quad | : 2 \quad (\text{Innenwinkelsumme im Viereck ABCD})$$

$$\tau + \varphi = 180^\circ$$

Weiter wie oben.

$$2x^2 + 2x - 5x - 5 - 9x + 6x^2 = 10 - 20x + 8x^2$$

$$8x^2 - 12x - 5 = 10 - 20x + 8x^2 \quad | - 8x^2$$

$$-12x - 5 = 10 - 20x \quad | + 20x$$

$$8x - 5 = 10 \quad | + 5$$

$$8x = 15 \quad | : 8$$

$$x = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Prozentrechnung und Daten

**Aufgabe 13/17**

Elektrogroßhändler Jupiter hat Filialen in Österreich und Deutschland.

Grundsätzlich kalkuliert er seine Preise in beiden Ländern gleich; in Österreich beträgt der Mehrwertsteuersatz jedoch 20 %, in Deutschland nur 19 %. Er bietet in Österreich einen Staubsauger zum Preis von 216 € (inklusive 20 % Mehrwertsteuer) an.

- Berechne den Nettopreis des Staubsaugers!
- Berechne den Preis, den der Staubsauger in Deutschland kostet!
- Um wie viel Prozent muss der österreichische Kunde mehr als der deutsche Kunde bezahlen? Gib den Ansatz an, wie dies berechnet werden kann! (Ausrechnen ist nicht nötig!)

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Prozentrechnung und Daten

**Aufgabe 14/17**

Der Wert eines Autos nimmt in den ersten beiden Jahren nach dem Kauf um jeweils 20 % ab. Danach sinkt der Wert nur noch durchschnittlich um 10 %.

- Berechne, um wie viel Prozent der Wert des Autos nach 4 Jahren insgesamt gesunken ist. (Runde das Ergebnis auf ganze Prozent.)
- Wie viel hat ein VW-Bus ursprünglich gekostet, wenn sein Wert nach 4 Jahren nur noch 30326,40 € beträgt?  
Gib den Ansatz an, wie dies berechnet werden kann. (Ausrechnen ist nicht nötig!)  
Falls a) nicht berechnet werden konnte, verwende das Ergebnis 40 %.

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Kongruenz

**Aufgabe 15/17**

Entscheide jeweils (ohne Konstruktion), ob die Konstruktion eines Dreiecks aus den folgenden Bestimmungsstücken grundsätzlich möglich ist und wenn ja – ob sie dann eindeutig ist.

Begründe jeweils mithilfe eines Kongruenzsatzes.

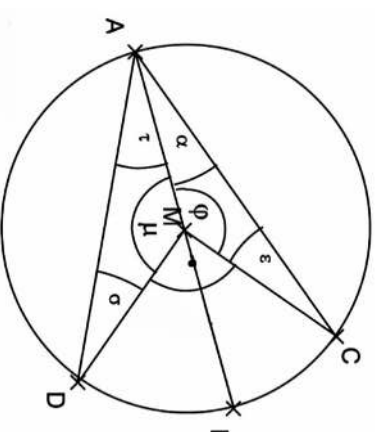
- $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 8 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 100^\circ$
- $a = 2,5 \text{ cm}$ ,  $b = 6,2 \text{ cm}$  und  $c = 3,9 \text{ cm}$
- $c = 7 \text{ cm}$ ,  $b = 8,2 \text{ cm}$  und  $\gamma = 46^\circ$

**GRUNDWISSEN 7. KLASSE**

Besondere Dreiecke

**Aufgabe 16/17**

In der abgebildeten Figur gilt:  $\alpha = \sphericalangle MAC = 20^\circ$  und  $\sphericalangle DMC = 90^\circ$ .  
A, B, C und D liegen auf einem Kreis um M.



Berechne  $\varphi$ ,  $\mu$  und  $\tau$ . Begründe jeweils in Stichpunkten.

- a) Gegeben:  $PS_1 = PS_2 = 100\% - 20\% = 80\% = 0,8$   
 $PS_3 = PS_4 = 100\% - 10\% = 90\% = 0,9$   
 Gesucht:  $PS_{\text{insg.}}$   
 $PS_{\text{insg.}} = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,64 \cdot 0,81 = 0,5184 \approx 52\%$   
 Der Wert des Autos ist auf rund 52 % gesunken, **also um rund 48 %**.
- b) Gegeben:  $PW = 30326,40 \text{ €}$  ;  $PS = 51,84\% = 0,5184$   
 Gesucht: GW  
 $GW = PW : PS$   
 $GW = 30326,40 \text{ €} : 0,5184$

- $\varepsilon = \alpha = 20^\circ$  (Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck AMC)
- $\varphi = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$  (Innenwinkelsumme im Dreieck AMC)
- $90^\circ + \varphi + \mu = 360^\circ$  (Vollwinkel bei M)  
 $90^\circ + 140^\circ + \mu = 360^\circ \Rightarrow \mu = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$
- $\tau = (180^\circ - \mu) : 2 = (180^\circ - 130^\circ) : 2 = 50^\circ : 2 = 25^\circ$   
 (Innenwinkelsumme im gleichschenkligen Dreieck ADM)

- a) Gegeben:  $PW = 216 \text{ €}$ ;  $PS = 100\% + 20\% = 120\% = 1,2$   
 Gesucht: GW  
 $GW = PW : PS = 216 \text{ €} : 1,2 = 2160 \text{ €} : 12 = 180 \text{ €}$
- b) Gegeben:  $GW = 180 \text{ €}$ ;  $PS = 100\% + 19\% = 119\% = 1,19$   
 Gesucht: PW  
 $PW = PS \cdot GW = 1,19 \cdot 180 \text{ €} = 214,20 \text{ €}$
- c) Gegeben:  $GW = 214,20 \text{ €}$  ;  $PW (= \text{Unterschied}) = 1,80 \text{ €}$   
 Gesucht: PS  
 $PS = PW : GW = 1,80 \text{ €} : 214,20 \text{ €}$   
Alternativ:  $GW = 214,20 \text{ €}$  ;  $PW = 216 \text{ €}$   
 Gesucht: PS  
 $PS = PW : GW = 216 \text{ €} : 214,20 \text{ €} \Rightarrow$  Notwendiger Abgleich mit 100 %

- a) Konstruktion ist möglich und eindeutig (SWS)
- b) Konstruktion ist möglich (Dreiecksungleichung ist erfüllt, da  $a + c > b$ ) und eindeutig (SSS)
- c) Konstruktion ist eventuell möglich, aber nicht eindeutig, da der gegebene Winkel  $\gamma$  der Gegenwinkel der kleineren Seite ist (kein SsW).

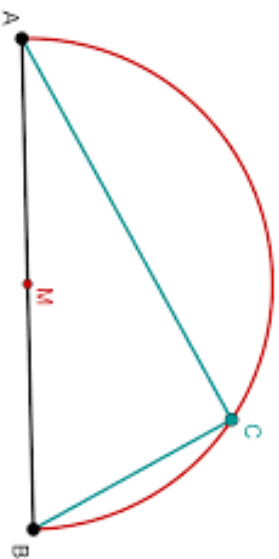


Der Satz von Thales lautet:

Wenn in einem Dreieck ABC der Punkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser

$|AB|$  liegt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.

- Beweise diesen Satz.
- Formuliere den Kehrsatz.



a)

$\Delta AMC$  ist gleichschenkelig, denn  $|\overline{MA}| = |\overline{MC}| = r \Rightarrow \alpha = \gamma_1$   
(Basiswinkel)

$\Delta MBC$  ist gleichschenkelig, denn  $|\overline{MB}| = |\overline{MC}| = r \Rightarrow \beta = \gamma_2$   
(Basiswinkel)

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \alpha + \beta$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ (Innenwinkelsumme des Dreiecks ABC)}$$

$$\gamma + \gamma = 180^\circ$$

$$2\gamma = 180^\circ \quad |:2$$

$$\gamma = 90^\circ$$

b) Wenn das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel hat, dann liegt der Punkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser  $|\overline{AB}|$ .

---