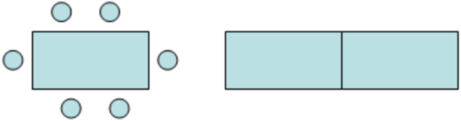
Es gibt Tische, an deren Breitseite jeweils eine und an deren Längsseite jeweils zwei Personen Platz nehmen können.



Gib an, wie viele Personen Platz haben, wenn man

a) zwei
b) drei
c) n

Tische an ihrer Breitseite zusammenstellt.

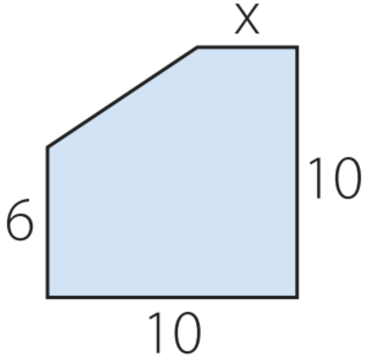
An den Längsseiten passen je Tisch 4 Personen und an den Breitseiten insgesamt 2, also

a) $T(2) = 4 \cdot 2 + 2 = 10$

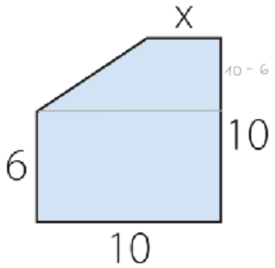
b) $T(3) = 4 \cdot 3 + 2 = 14$

c) $T(n) = 4 \cdot n + 2$

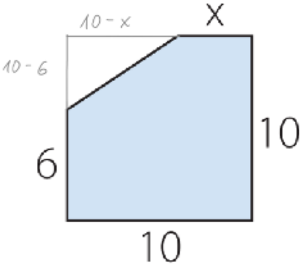
Gib zu der Figur zwei verschiedene Terme T(x) an, mit denen der Flächeninhalt der abgebildeten Figur berechnet werden kann.



$$T(x) = A_{Rechteck} + A_{Trapez} =$$
$$6 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (10 + x) \cdot 4$$



$$T(x) = A_{Quadrat} - A_{Dreieck} =$$
$$10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot (10 - x) \cdot 4$$



Berechne jeweils die Termwerte des folgenden Terms für $x \in \{-1; 0; 1\}$.

$$T(x) = \left(\frac{1}{6} - x + x^2\right) : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$T(-1) = \left(\frac{1}{6} - (-1) + (-1)^2\right) : \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{13}{6} \cdot (-3) = -\frac{13}{2}$$
$$T(0) = \left(\frac{1}{6} - 0 + 0^2\right) : \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} \cdot (-3) = -\frac{1}{2}$$
$$T(1) = \left(\frac{1}{6} - 1 + 1^2\right) : \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} \cdot (-3) = -\frac{1}{2}$$

Berechne und vereinfache so weit wie möglich.

$$(k-4m)(3s-p)-(4m-5k)(7s+3p)$$

$$(k-4m)(3s-p)-(4m-5k)(7s+3p)$$
$$=3ks-kp-12ms+4mp-(28ms+12mp-35ks-15kp)$$
$$=3ks-kp-12ms+4mp-28ms-12mp+35ks+15kp$$
$$=38ks+14kp-40ms-8mp$$

Ersetze jeweils ◯, ☐ und △ (bzw. ☐ und △) durch Terme, so dass eine wahre Gleichung entsteht.

a) $\left(2a - \bigcirc\right)(11\mathrm{b} + 3\mathrm{d}) = 22\mathrm{ab} + \square - \triangle - 21\mathrm{cd}$

b) $(3a + \triangle)^2 = 9a^2 + \square + 4b^2$

a) ◯ mal 3d muss 21cd geben, also ◯ = 7c
Wegen des Pluszeichens ist □ = 2a · 3d = 6ad
Es bleibt △= 7c · 11b = 77bc

b) △ = 2b
□ = $2 \cdot 3a \cdot 2b = 12ab$

Faktorisiere die folgenden Terme so weit wie möglich:

a) $5x^2 + 30x + 45$

b) $7x^3 - 7x$

a) $5 \cdot (x^2 + 6\mathrm{x} + 9) = 5 \cdot (x + 3)^2$

b) $7x \cdot (x^2 - 1) = 7\mathrm{x} \cdot (\mathrm{x} + 1)(\mathrm{x} - 1)$

a) Gib die Definitionseigenschaft der Raute an!
b) Gib an, ob die Raute symmetrisch ist und wenn ja, welche Art von Symmetrie vorliegt!
c) Nimm begründet Stellung zu folgender Aussage:
Eine Raute mit einem rechten Innenwinkel ist ein Quadrat.

a) Eine Raute ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten

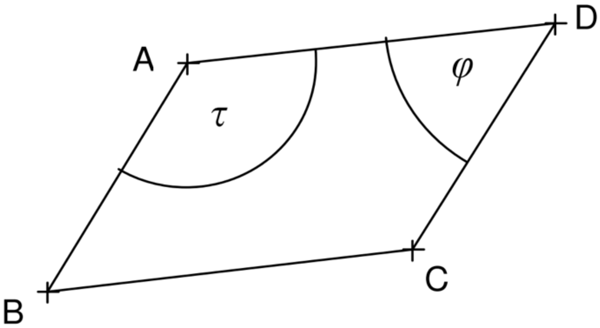
b) Achsensymmetrisch bzgl. der 2 Symmetrieachsen (= Diagonalen)
Punktsymmetrisch bzgl. Diagonalenschnittpunkt

c) Die Aussage ist richtig, da diese Raute beide Bedingungen für ein Quadrat erfüllt:

- die Raute hat vier gleich lange Seiten
- diese Raute hat auch 4 rechte Winkel, da der gegenüberliegende Winkel des rechten Winkels auch 90° betragen muss (Symmetrie) und die beiden restlichen Winkel aufgrund der Innenwinkelsumme des Vierecks und der Symmetrie ebenfalls je ein rechter Winkel sein müssen.

Bei Verwendung von Winkelbeziehungen sind jeweils Begründungen anzugeben.

Berechne die Winkel τ und φ im Parallelogramm ABCD, wenn gilt: τ ist 1,5-mal so groß wie φ.



Verlängere $\overline{AD}$ über A hinaus, dann ist der Nebenwinkel von τ so groß wie φ und sie ergänzen sich zu 180°. Damit ist:

$\tau + \varphi = 180°$

$1{,}5\varphi + \varphi = 180°$

$2{,}5\varphi = 180°$

$\varphi = 180° : 2{,}5 = 180° : \frac{5}{2} = 180° \cdot \frac{2}{5} = 72°$

$\tau = 1{,}5 \cdot \varphi = 108°$

Oder:

In einem Parallelogramm sind gegenüberliegende Winkel gleich groß. Deshalb:

$2 \cdot \tau + 2 \cdot \varphi = 360° \quad |:2$ (Innenwinkelsumme im Viereck ABCD)

$\tau + \varphi = 180°$

Weiter wie oben.

Löse folgende Gleichung systematisch.

$$\frac{1}{2}\left(5+6\frac{1}{2}x\right)+3=4\frac{3}{4}+1\frac{1}{2}x$$

$$\frac{1}{2}\left(5+\frac{13}{2}x\right)+3= \frac{19}{4}+\frac{3}{2}x$$

$$\frac{5}{2}+\frac{13}{4}x+3= \frac{19}{4}+\frac{3}{2}x \quad | \cdot Hauptnenner\ 4$$

$$10+13\,x+12=19+6\,x$$

$$22+13\,x=19+6\,x \quad |-6x$$

$$22+7x=19 \quad |-22$$

$$7x=-3 \quad |:7$$

$$x= -\frac{3}{7}$$

Löse folgende Gleichung systematisch.

$$(2x-5)(x+1)-3x(3-2x)=10-4x(5-2x)$$

$2x^2 + 2x - 5x - 5 - 9x + 6x^2 = 10 - 20x + 8x^2$

$8x^2 - 12x - 5 = 10 - 20x + 8x^2 \quad | - 8x^2$

$-12x - 5 = 10 - 20x \quad | + 20x$

$8x - 5 = 10 \quad | + 5$

$8x = 15 \quad | : 8$

$x = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

Fritz ist 3 Jahre älter als Lisa, Lisa ist 5 Jahre jünger als Alex.
Ihre Mutter ist 15-mal so alt wie Lisa.
Zusammen sind die Kinder 16 Jahre jünger als die Mutter.
Bestimme mithilfe einer geeigneten Gleichung das Alter von Lisa.

1) Festlegen der Variable, z.B. : x = Alter von Lisa
2) Darstellen der anderen Größen mit Hilfe von x:
   x + 3 = Alter von Fritz
   x + 5 = Alter von Alex
   15x = Alter der Mutter
3) Gleichung:
   $\mathrm{x}+\mathrm{x}+3+\mathrm{x}+5=15\mathrm{x}-16$
   $3\mathrm{x}+8=15\,\mathrm{x}-16 \quad |-15x$
   $-12x+8=-16 \quad |-8$
   $-12x=-24 \quad |:(-12)$
   $x=2$ => Lisa ist 2 Jahre alt

Elektrogroßhändler Jupiter hat Filialen in Österreich und Deutschland. Grundsätzlich kalkuliert er seine Preise in beiden Ländern gleich; in Österreich beträgt der Mehrwertsteuersatz jedoch 20 %, in Deutschland nur 19 %. Er bietet in Österreich einen Staubsauger zum Preis von 216 € (inklusive 20 % Mehrwertsteuer) an.

a) Berechne den Nettopreis des Staubsaugers!

b) Berechne den Preis, den der Staubsauger in Deutschland kostet!

c) Um wie viel Prozent muss der österreichische Kunde mehr als der deutsche Kunde bezahlen? Gib den Ansatz an, wie dies berechnet werden kann! (Ausrechnen ist nicht nötig!)

a) Gegeben: PW = 216 €; PS = 100 % + 20 % = 120 % = 1,2
Gesucht: GW
GW = PW : PS = 216 € : 1,2 = 2160 € : 12 = 180 €

b) Gegeben: GW = 180 €; PS = 100 % + 19 % = 119 % = 1,19
Gesucht: PW
PW = PS · GW = 1,19 · 180 € = 214,20 €

c) Gegeben: GW = 214,20 € ; PW (= Unterschied) = 1,80 €
Gesucht: PS
PS = PW : GW = 1,80 € : 214,20 €
<u>Alternativ:</u> GW = 214,20 € ; PW = 216 €
Gesucht: PS
PS = PW : GW = 216 € : 214,20 € => Notwendiger Abgleich mit 100 %

Der Wert eines Autos nimmt in den ersten beiden Jahren nach dem Kauf um jeweils 20 % ab. Danach sinkt der Wert nur noch durchschnittlich um 10 %.

a) Berechne, um wie viel Prozent der Wert des Autos nach 4 Jahren insgesamt gesunken ist. (Runde das Ergebnis auf ganze Prozent.)

b) Wie viel hat ein VW-Bus ursprünglich gekostet, wenn sein Wert nach 4 Jahren nur noch 30326,40 € beträgt?
Gib den Ansatz an, wie dies berechnet werden kann.
(Ausrechnen ist nicht nötig!)
Falls a) nicht berechnet werden konnte, verwende das Ergebnis 40 %.

a) Gegeben: $PS_1 = PS_2 = 100\ \% - 20\ \% = 80\ \% = 0{,}8$

$PS_3 = PS_4 = 100\ \% - 10\ \% = 90\ \% = 0{,}9$

Gesucht: $PS_{insg.}$

$PS_{insg.} = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}64 \cdot 0{,}81 = 0{,}5184 \approx 52\ \%$

Der Wert des Autos ist auf rund 52 % gesunken, **also um rund 48 %.**

b) Gegeben: PW = 30326,40 € ; PS = 51,84 % = 0,5184

Gesucht: GW

GW = PW : PS

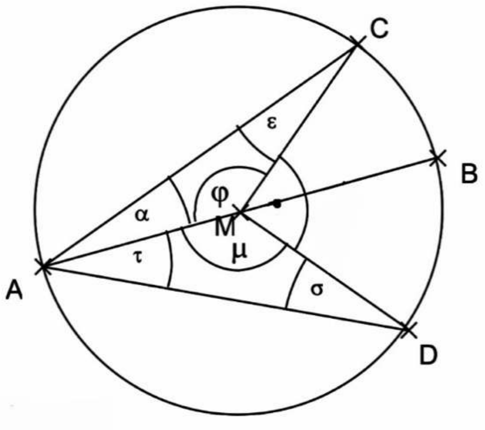
GW = 30326,40 € : 0,5184

Entscheide jeweils (ohne Konstruktion), ob die Konstruktion eines Dreiecks aus den folgenden Bestimmungsstücken grundsätzlich möglich ist und wenn ja – ob sie dann eindeutig ist.
Begründe jeweils mithilfe eines Kongruenzsatzes.

a) a = 5 cm, b = 8 cm, $\gamma = 100°$
b) a = 2,5 cm , b = 6,2 cm und c = 3,9 cm
c) c = 7 cm , b = 8,2 cm und $\gamma = 46°$

a) Konstruktion ist möglich und eindeutig (SWS)
b) Konstruktion ist möglich (Dreiecksungleichung ist erfüllt, da $a + c > b$) und eindeutig (SSS)
c) Konstruktion ist eventuell möglich, aber nicht eindeutig, da der gegebene Winkel γ der Gegenwinkel der kleineren Seite ist (kein SsW).

In der abgebildeten Figur gilt: $\alpha = \sphericalangle\,\mathrm{MAC} = 20°$ und $\sphericalangle\mathrm{DMC} = 90°$.
A, B, C und D liegen auf einem Kreis um M.



Berechne φ, μ und τ. Begründe jeweils in Stichpunkten.

$\varepsilon = \alpha = 20°$ (Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck AMC)

$\varphi = 180° - 2\,\alpha = 180° - 40° = 140°$ (Innenwinkelsumme im Dreieck AMC)

$90° + \varphi + \mu = 360°$ (Vollwinkel bei M)
$90° + 140° + \mu = 360° \Rightarrow \mu = 360° - 230° = 130°$

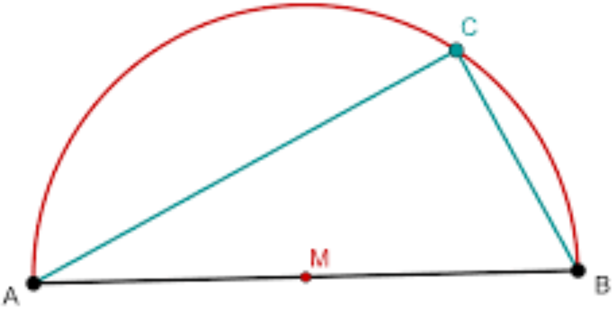
$\tau = (180° - \mu) : 2 = (180° - 130°) : 2 = 50° : 2 = 25°$
(Innenwinkelsumme im gleichschenkligen Dreieck ADM)

Der Satz von Thales lautet:

Wenn in einem Dreieck ABC der Punkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser $|\overline{AB}|$ liegt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.

a) Beweise diesen Satz.

b) Formuliere den Kehrsatz.



a)

Δ AMC ist gleichschenklig, denn $|\overline{\mathrm{MA}}| = |\overline{\mathrm{MC}}| = \mathrm{r} \Rightarrow \alpha = \gamma_1$ (Basiswinkel)

Δ MBC ist gleichschenklig, denn $|\overline{\mathrm{MB}}| = |\overline{\mathrm{MC}}| = \mathrm{r} \Rightarrow \beta = \gamma_2$ (Basiswinkel)

$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \alpha + \beta$

$\alpha + \beta + \gamma = 180°$ (Innenwinkelsumme des Dreiecks ABC)

$\gamma + \gamma = 180°$

$2\gamma = 180° \quad |:2$

$\gamma = 90°$

b) Wenn das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel hat, dann liegt der Punkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser $|\overline{AB}|$.