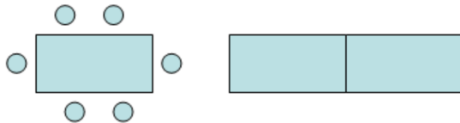


Es gibt Tische, an deren Breitseite jeweils eine und an deren Längsseite jeweils zwei Personen Platz nehmen können.



Gib an, wie viele Personen Platz haben, wenn man

- a) zwei
- b) drei
- c)  $n$

Tische an ihrer Breitseite zusammenstellt.

---

An den Längsseiten passen je Tisch 4 Personen und an den Breitseiten insgesamt 2, also

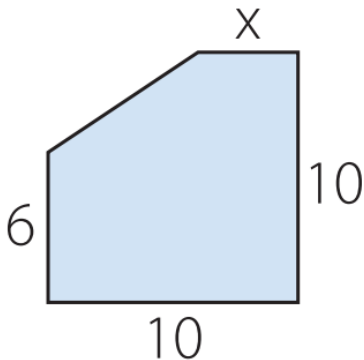
a)  $T(2) = 4 \cdot 2 + 2 = 10$

b)  $T(3) = 4 \cdot 3 + 2 = 14$

c)  $T(n) = 4 \cdot n + 2$

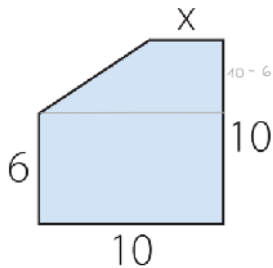
---

Gib zu der Figur zwei verschiedene Terme  $T(x)$  an, mit denen der Flächeninhalt der abgebildeten Figur berechnet werden kann.



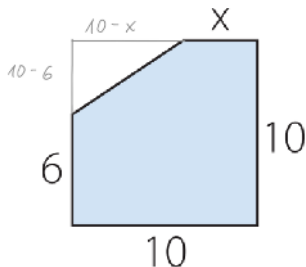
$$T(x) = A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Trapez}} =$$

$$6 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (10 + x) \cdot 4$$



$$T(x) = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Dreieck}} =$$

$$10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot (10 - x) \cdot 4$$



Berechne jeweils die Termwerte des folgenden Terms für  $x \in \{-1; 0; 1\}$ .

$$T(x) = \left(\frac{1}{6} - x + x^2\right) : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

---

$$T(-1) = \left(\frac{1}{6} - (-1) + (-1)^2\right) : \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{13}{6} \cdot (-3) = -\frac{13}{2}$$

$$T(0) = \left(\frac{1}{6} - 0 + 0^2\right) : \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} \cdot (-3) = -\frac{1}{2}$$

$$T(1) = \left(\frac{1}{6} - 1 + 1^2\right) : \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} \cdot (-3) = -\frac{1}{2}$$

---

Berechne jeweils die Termwerte des folgenden Terms

für  $(x; y) = (0; 1); (-1; 2); (1; -1); (1; 2)$ .

$$T(x; y) = \frac{x^2y - y^2x}{x+y}$$

---

$$T(0; -1) = \frac{0^2 \cdot (-1) - (-1)^2 \cdot 0}{0 + (-1)} = \frac{0}{-1} = 0$$

$$T(-1; 2) = \frac{(-1)^2 \cdot 2 - 2^2 \cdot (-1)}{-1 + 2} = \frac{6}{1} = 6$$

$$T(1; -1) = \frac{1^2 \cdot (-1) - (-1)^2 \cdot 1}{1 + (-1)} = \frac{-2}{0} = \text{keine Lösung}$$

$$T(1; 2) = \frac{1^2 \cdot 2 - 2^2 \cdot 1}{1 + 2} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$$

---



Berechne und vereinfache so weit wie möglich.

$$(k - 4m)(3s - p) - (4m - 5k)(7s + 3p)$$

---

$$\begin{aligned}(k - 4m)(3s - p) - (4m - 5k)(7s + 3p) \\ &= 3ks - kp - 12ms + 4mp - (28ms + 12mp - 35ks - 15kp) \\ &= 3ks - kp - 12ms + 4mp - 28ms - 12mp + 35ks + 15kp \\ &= 38ks + 14kp - 40ms - 8mp\end{aligned}$$

---

Ersetze jeweils  $\bigcirc$ ,  $\square$  und  $\Delta$  (bzw.  $\square$  und  $\Delta$ ) durch Terme, so dass eine wahre Gleichung entsteht.

a)  $(2a - \bigcirc)(11b + 3d) = 22ab + \square - \Delta - 21cd$

b)  $(3a + \Delta)^2 = 9a^2 + \square + 4b^2$

---

- a)  $\bigcirc$  mal  $3d$  muss  $21cd$  geben, also  $\bigcirc = 7c$   
Wegen des Pluszeichens ist  $\square = 2a \cdot 3d = 6ad$   
Es bleibt  $\Delta = 7c \cdot 11b = 77bc$
- b)  $\Delta = 2b$   
 $\square = 2 \cdot 3a \cdot 2b = 12ab$
-

Faktorisier die folgenden Terme so weit wie möglich:

a)  $5x^2 + 30x + 45$

b)  $7x^3 - 7x$

---

$$\text{a) } 5 \cdot (x^2 + 6x + 9) = 5 \cdot (x + 3)^2$$

$$\text{b) } 7x \cdot (x^2 - 1) = 7x \cdot (x + 1)(x - 1)$$

---

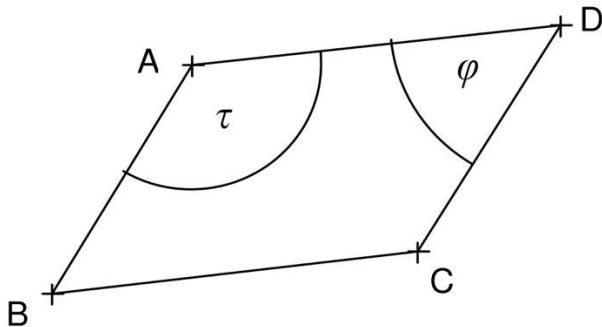
- a) Gib die Definitionseigenschaft der Raute an!
  - b) Gib an, ob die Raute symmetrisch ist und wenn ja, welche Art von Symmetrie vorliegt!
  - c) Nimm begründet Stellung zu folgender Aussage:  
Eine Raute mit einem rechten Innenwinkel ist ein Quadrat.
-

- a) Eine Raute ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten
- b) Achsensymmetrisch bzgl. der 2 Symmetrieachsen (= Diagonalen)  
Punktsymmetrisch bzgl. Diagonalschnittpunkt
- c) Die Aussage ist richtig, da diese Raute beide Bedingungen für ein Quadrat erfüllt:
- die Raute hat vier gleich lange Seiten
  - diese Raute hat auch 4 rechte Winkel, da der gegenüberliegende Winkel des rechten Winkels auch  $90^\circ$  betragen muss (Symmetrie) und die beiden restlichen Winkel aufgrund der Innenwinkelsumme des Vierecks und der Symmetrie ebenfalls je ein rechter Winkel sein müssen.
-



Bei Verwendung von Winkelbeziehungen sind jeweils Begründungen anzugeben.

Berechne die Winkel  $\tau$  und  $\varphi$  im Parallelogramm ABCD, wenn gilt:  $\tau$  ist 1,5-mal so groß wie  $\varphi$ .



Verlängere  $\overline{AD}$  über A hinaus, dann ist der Nebenwinkel von  $\tau$  so groß wie  $\varphi$  und sie ergänzen sich zu  $180^\circ$ . Damit ist:

$$\tau + \varphi = 180^\circ$$

$$1,5\varphi + \varphi = 180^\circ$$

$$2,5\varphi = 180^\circ$$

$$\varphi = 180^\circ : 2,5 = 180^\circ : \frac{5}{2} = 180^\circ \cdot \frac{2}{5} = 72^\circ$$

$$\tau = 1,5 \cdot \varphi = 108^\circ$$

Oder:

In einem Parallelogramm sind gegenüberliegende Winkel gleich groß. Deshalb:

$$2 \cdot \tau + 2 \cdot \varphi = 360^\circ \quad | : 2 \quad (\text{Innenwinkelsumme im Viereck ABCD})$$

$$\tau + \varphi = 180^\circ$$

Weiter wie oben.

---

Löse folgende Gleichung systematisch.

$$\frac{1}{2} \left( 5 + 6 \frac{1}{2} x \right) + 3 = 4 \frac{3}{4} + 1 \frac{1}{2} x$$

---

$$\frac{1}{2} \left( 5 + \frac{13}{2} x \right) + 3 = \frac{19}{4} + \frac{3}{2} x$$

$$\frac{5}{2} + \frac{13}{4} x + 3 = \frac{19}{4} + \frac{3}{2} x \quad | \cdot \text{Hauptnenner } 4$$

$$10 + 13x + 12 = 19 + 6x$$

$$22 + 13x = 19 + 6x \quad | - 6x$$

$$22 + 7x = 19 \quad | - 22$$

$$7x = -3 \quad | : 7$$

$$x = -\frac{3}{7}$$

---

Löse folgende Gleichung systematisch.

$$(2x - 5)(x + 1) - 3x(3 - 2x) = 10 - 4x(5 - 2x)$$

---

$$2x^2 + 2x - 5x - 5 - 9x + 6x^2 = 10 - 20x + 8x^2$$

$$8x^2 - 12x - 5 = 10 - 20x + 8x^2 \quad | - 8x^2$$

$$-12x - 5 = 10 - 20x \quad | + 20x$$

$$8x - 5 = 10 \quad | + 5$$

$$8x = 15 \quad | : 8$$

$$x = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

---

Fritz ist 3 Jahre älter als Lisa, Lisa ist 5 Jahre jünger als Alex.

Ihre Mutter ist 15-mal so alt wie Lisa.

Zusammen sind die Kinder 16 Jahre jünger als die Mutter.

Bestimme mithilfe einer geeigneten Gleichung das Alter von Lisa.

---

- 1) Festlegen der Variable, z.B. :  $x$  = Alter von Lisa
- 2) Darstellen der anderen Größen mit Hilfe von  $x$ :

$$x + 3 = \text{Alter von Fritz}$$

$$x + 5 = \text{Alter von Alex}$$

$$15x = \text{Alter der Mutter}$$

- 3) Gleichung:

$$x + x + 3 + x + 5 = 15x - 16$$

$$3x + 8 = 15x - 16 \quad | -15x$$

$$-12x + 8 = -16 \quad | -8$$

$$-12x = -24 \quad | : (-12)$$

$$x = 2 \quad \Rightarrow \text{Lisa ist 2 Jahre alt}$$

---



Elektrogroßhändler Jupiter hat Filialen in Österreich und Deutschland. Grundsätzlich kalkuliert er seine Preise in beiden Ländern gleich; in Österreich beträgt der Mehrwertsteuersatz jedoch 20 %, in Deutschland nur 19 %. Er bietet in Österreich einen Staubsauger zum Preis von 216 € (inklusive 20 % Mehrwertsteuer) an.

- a) Berechne den Nettopreis des Staubsaugers!
  - b) Berechne den Preis, den der Staubsauger in Deutschland kostet!
  - c) Um wie viel Prozent muss der österreichische Kunde mehr als der deutsche Kunde bezahlen? Gib den Ansatz an, wie dies berechnet werden kann! (Ausrechnen ist nicht nötig!)
-

a) Gegeben: PW = 216 €; PS = 100 % + 20 % = 120 % = 1,2

Gesucht: GW

$$GW = PW : PS = 216 \text{ €} : 1,2 = 2160 \text{ €} : 12 = 180 \text{ €}$$

b) Gegeben: GW = 180 €; PS = 100 % + 19 % = 119 % = 1,19

Gesucht: PW

$$PW = PS \cdot GW = 1,19 \cdot 180 \text{ €} = 214,20 \text{ €}$$

c) Gegeben: GW = 214,20 € ; PW (= Unterschied) = 1,80 €

Gesucht: PS

$$PS = PW : GW = 1,80 \text{ €} : 214,20 \text{ €}$$

Alternativ:  $GW = 214,20 \text{ €} ; PW = 216 \text{ €}$

Gesucht: PS

$$PS = PW : GW = 216 \text{ €} : 214,20 \text{ €} \Rightarrow \text{Notwendiger Abgleich mit } 100 \%$$

---

Der Wert eines Autos nimmt in den ersten beiden Jahren nach dem Kauf um jeweils 20 % ab. Danach sinkt der Wert nur noch durchschnittlich um 10 %.

- a) Berechne, um wie viel Prozent der Wert des Autos nach 4 Jahren insgesamt gesunken ist. (Runde das Ergebnis auf ganze Prozent.)
- b) Wie viel hat ein VW-Bus ursprünglich gekostet, wenn sein Wert nach 4 Jahren nur noch 30326,40 € beträgt?  
Gib den Ansatz an, wie dies berechnet werden kann.  
(Ausrechnen ist nicht nötig!)  
Falls a) nicht berechnet werden konnte, verwende das Ergebnis 40 %.
-

a) Gegeben:  $PS_1 = PS_2 = 100 \% - 20 \% = 80 \% = 0,8$

$$PS_3 = PS_4 = 100 \% - 10 \% = 90 \% = 0,9$$

Gesucht:  $PS_{\text{insg.}}$

$$PS_{\text{insg.}} = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,64 \cdot 0,81 = 0,5184 \approx 52 \%$$

Der Wert des Autos ist auf rund 52 % gesunken, **also um rund 48 %**.

b) Gegeben:  $PW = 30326,40 \text{ €}$  ;  $PS = 51,84 \% = 0,5184$

Gesucht:  $GW$

$$GW = PW : PS$$

$$GW = 30326,40 \text{ €} : 0,5184$$

---

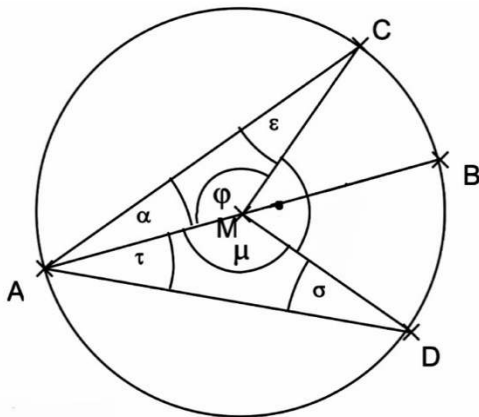
Entscheide jeweils (ohne Konstruktion), ob die Konstruktion eines Dreiecks aus den folgenden Bestimmungsstücken grundsätzlich möglich ist und wenn ja – ob sie dann eindeutig ist.

Begründe jeweils mithilfe eines Kongruenzsatzes.

- a)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 8 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 100^\circ$
  - b)  $a = 2,5 \text{ cm}$ ,  $b = 6,2 \text{ cm}$  und  $c = 3,9 \text{ cm}$
  - c)  $c = 7 \text{ cm}$ ,  $b = 8,2 \text{ cm}$  und  $\gamma = 46^\circ$
-

- a) Konstruktion ist möglich und eindeutig (SWS)
  - b) Konstruktion ist möglich (Dreiecksungleichung ist erfüllt, da  $a + c > b$ ) und eindeutig (SSS)
  - c) Konstruktion ist eventuell möglich, aber nicht eindeutig, da der gegebene Winkel  $\gamma$  der Gegenwinkel der kleineren Seite ist (kein SsW).
-

In der abgebildeten Figur gilt:  $\alpha = \sphericalangle MAC = 20^\circ$  und  $\sphericalangle DMC = 90^\circ$ .  
 A, B, C und D liegen auf einem Kreis um M.



Berechne  $\phi$ ,  $\mu$  und  $\tau$ . Begründe jeweils in Stichpunkten.

$$\varepsilon = \alpha = 20^\circ \quad (\text{Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck AMC})$$

$$\varphi = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \quad (\text{Innenwinkelsumme im Dreieck AMC})$$

$$90^\circ + \varphi + \mu = 360^\circ \quad (\text{Vollwinkel bei M})$$

$$90^\circ + 140^\circ + \mu = 360^\circ \Rightarrow \mu = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$$

$$\tau = (180^\circ - \mu) : 2 = (180^\circ - 130^\circ) : 2 = 50^\circ : 2 = 25^\circ$$

(Innenwinkelsumme im gleichschenkligen Dreieck ADM)

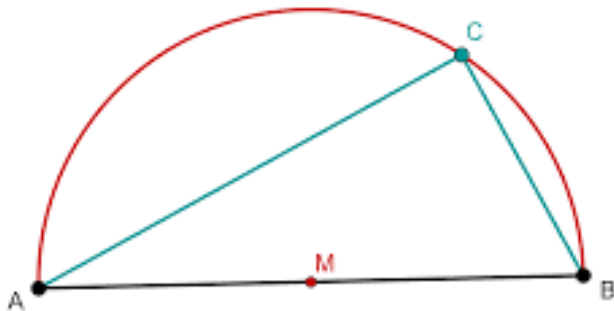
---



Der Satz von Thales lautet:

Wenn in einem Dreieck  $ABC$  der Punkt  $C$  auf dem Kreis mit dem Durchmesser  $|\overline{AB}|$  liegt, dann hat das Dreieck bei  $C$  einen rechten Winkel.

- Beweise diesen Satz.
- Formuliere den Kehrsatz.



a)

$\Delta AMC$  ist gleichschenkelig, denn  $|\overline{MA}| = |\overline{MC}| = r \Rightarrow \alpha = \gamma_1$   
(Basiswinkel)

$\Delta MBC$  ist gleichschenkelig, denn  $|\overline{MB}| = |\overline{MC}| = r \Rightarrow \beta = \gamma_2$   
(Basiswinkel)

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \alpha + \beta$$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$  (Innenwinkelsumme des Dreiecks ABC)

$$\gamma + \gamma = 180^\circ$$

$$2\gamma = 180^\circ \quad |:2$$

$$\gamma = 90^\circ$$

b) Wenn das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel hat, dann liegt der Punkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser  $|\overline{AB}|$ .

---