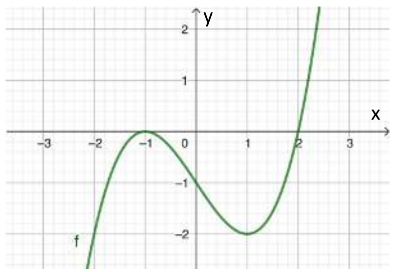
GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 1/17**

Funktionen

a) Begründe, warum der abgebildete Graph zu einer Funktion gehört.

b) Ergänze die zugehörige Wertetabelle vollständig.

x	-1		0
y		-2	



GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 2/17**

Lineare Funktionen

a) Zeichne die Gerade f mit dem Funktionsterm $f(x) = -\frac{2}{3}x + 3$ in ein Koordinatensystem, ohne Punkte zu berechnen.

b) Gib den Funktionsterm einer Gerade g an, die parallel zur Gerade f verläuft und durch den Punkt $P(0|-2)$ geht.

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 3/17**

Lineare Funktionen

Bestimme rechnerisch die Funktionsgleichung einer Gerade g, die durch die Punkte $A(-1|3)$ und $B(3|-7)$ geht.

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 4/17**

Lineare Funktionen

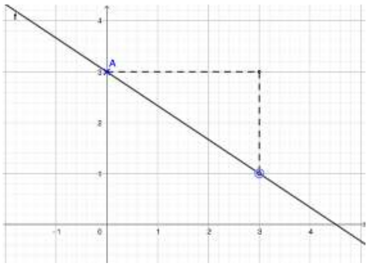
Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt S der beiden Geraden g und f mit den Funktionstermen $g(x) = \frac{3}{2}x + 1$ und $f(x) = -\frac{5}{2}x + 3$.

a) Jedem x-Wert wird genau ein y-Wert zugeordnet.
ODER:
Jede Parallele zur y-Achse schneidet den Graphen genau einmal.

b)

x	-1	$\mathbf{-2; 1}$	0
y	$\mathbf{0}$	-2	$\mathbf{-1}$

a)



b) $g(x) = -\frac{2}{3}x - 2$

Allgemeine Geradengleichung: $y = m \cdot x + t$

Steigung m der Gerade:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-7-3}{3-(-1)} = \frac{-10}{4} = -2{,}5$$

$\longrightarrow y = -2{,}5 \cdot x + t$

Die Koordinaten eines der beiden Punkte einsetzen, z. B. von A:

$3 = -2{,}5 \cdot (-1) + t$

$3 = 2{,}5 + t$

$t = 0{,}5$

$\longrightarrow y = -2{,}5 \cdot x + 0{,}5$

Allgemeiner Ansatz: *g(x) = f(x)*

$\frac{3}{2}x + 1 = -\frac{5}{2}x + 3$

$1{,}5x + 2{,}5x = 3 - 1$

$4x = 2$

$x = \frac{2}{4} = 0{,}5$ *(x-Koordinate des Schnittpunktes S)*

$x = 0{,}5$ *in einen der beiden Funktionsterme einsetzen, z. B.*

$g(0{,}5) = 1{,}5 \cdot 0{,}5 + 1 = 1{,}75$

$\longrightarrow S(0{,}5|1{,}75)$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 5/17**

Lineare Ungleichung

Ermittle rechnerisch die Lösungsmenge der folgenden linearen Ungleichung in Intervallschreibweise ($\mathbb{G} = \mathbb{Q}$).

$$3{,}5x + 9 \geq 6{,}5 - 4x$$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 6/17**

Elementare gebrochen-rationale Funktionen

Bestimme den Funktionsterm der gebrochen-rationalen Funktion f mit $f(x) = \frac{a}{x+b} + c$ anhand der gegebenen Eigenschaften:

- Die Gleichungen der Asymptoten von G_f sind $x = -3$ und $y = -1$.
- Der Graph G_f verläuft durch den Punkt $P(-1|4)$.

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 7/17**

Bruchterme und Bruchgleichungen

Berechne und vereinfache so weit wie möglich.

$$\frac{4x+1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{2x}$$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 8/17**

Bruchterme und Bruchgleichungen

Gib die Definitionsmenge an und vereinfache so weit wie möglich.

$$\left(1 - \frac{2}{x}\right) : \frac{2-x}{2}$$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 6/17**

Elementare gebrochen-rationale Funktionen

Aus den beiden Gleichungen der Asymptoten ergibt sich:

$f(x) = \frac{a}{x+3} - 1$

Die Koordinaten von $P(-1|4)$ einsetzen:

$4 = \frac{a}{-1+3} - 1 \qquad |+1$

$5 = \frac{a}{2} \qquad |\cdot 2$

a = 10

$\longrightarrow f(x) = \frac{10}{x+3} - 1$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 5/17**

Lineare Ungleichung

$3{,}5x + 9 \geq 6{,}5 - 4x \quad |-9$

$3{,}5x \geq -2{,}5 - 4x \quad |+4x$

$7{,}5x \geq -2{,}5 \quad |:7{,}5$

$x \geq -\frac{1}{3}$

$\mathbb{L} = [-\frac{1}{3};\ +\infty[$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 8/17**

Bruchterme und Bruchgleichungen

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0; 2\}$

$\left(1 - \frac{2}{x}\right) : \frac{2-x}{2} = \frac{x-2}{x} \cdot \frac{2}{2-x} = \frac{x-2}{x} \cdot \frac{2}{-(x-2)} = -\frac{2}{x}$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 7/17**

Bruchterme und Bruchgleichungen

Der Hauptnenner ist $2x^2$.

$\frac{4x+1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{2x} = \frac{(4x+1)\cdot 2x - 3\cdot 2 + 1\cdot x}{2x^2} = \frac{8x^2 + 2x - 6 + x}{2x^2} = \frac{8x^2 + 3x - 6}{2x^2}$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 9/17**

Bruchterme und Bruchgleichungen

Gib die Definitionsmenge an und bestimme die Lösungsmenge.

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-2}{x}$$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 10/17**

Bruchterme und Bruchgleichungen

Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte des Funktionsgraphen von $f(x) = \frac{1}{x-3} + 2$ mit den Koordinatenachsen.

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 11/17**

Zufallsexperimente

Zwei Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 werden gleichzeitig geworfen. Es handelt sich dabei um ein Laplace-Experiment mit dem Ergebnisraum $\Omega = \{(1|1);\ (1|2);\ \ldots;\ (6|6)\}$.

a) Betrachtet wird das Ereignis A: „Die Augensumme der beiden Augenzahlen ist 8.“ Gib A in Mengenschreibweise an und berechne die Wahrscheinlichkeit von A in %.

b) Das Ereignis B (bei obigem Zufallsexperiment) hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{18}$. Formuliere ein dazu passendes Ereignis mit Worten.

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 12/17**

Zufallsexperimente

Eine 1-Euro-Münze wird dreimal hintereinander geworfen, es erscheint entweder „Wappen“ (W) oder „Zahl“ (Z). Es handelt sich dabei um ein Laplace-Experiment.

a) Bestimme mit Hilfe eines vollständigen Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E: „genau zweimal Zahl“ in %.
Kennzeichne dazu alle Pfade, die zu E gehören.

b) Betrachtet wird jetzt das Ereignis F: „mindestens zweimal Wappen“. Formuliere das Gegenereignis von F mit Worten.

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 9/17**

Bruchterme und Bruchgleichungen

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 0\}$

$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-2}{x}$

$(x-1) \cdot x = (x-2) \cdot (x+2)$

$x^2 - x = x^2 - 4$

$x = 4$

$\mathbb{L} = \{4\}$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 10/17**

Bruchterme und Bruchgleichungen

Schnittpunkt mit der x-Achse:

$\frac{1}{x-3} + 2 = 0$

$\frac{1}{x-3} = -2$

$1 = -2 \cdot (x-3)$

$1 = -2x + 6$

$-5 = -2x$

$x = 2{,}5 \longrightarrow S_x(2{,}5|0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f(0) = \frac{1}{0-3} + 2 = -\frac{1}{3} + 2 = 1\frac{2}{3} \longrightarrow S_y\left(0\middle|1\frac{2}{3}\right)$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 11/17**

Zufallsexperimente

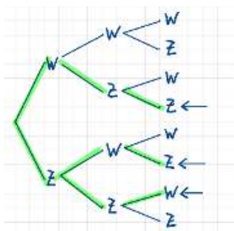
a) $A = \{(2|6);\ (3|5);\ (4|4);\ (5|3);\ (6|2)\}$.

$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5}{36} \approx 13{,}9\ \%$

b) zum Beispiel B: „Die Augensumme ist 3.“ ($P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$)

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 12/17**

Zufallsexperimente



a) Drei *von den acht möglichen gleichwahrscheinlichen Pfaden gehören zu E, deshalb*

$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{3}{8} = 37{,}5\ \%$

b) $\overline{F}$: höchstens einmal Wappen

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 13/17**

Lineare Gleichungssysteme

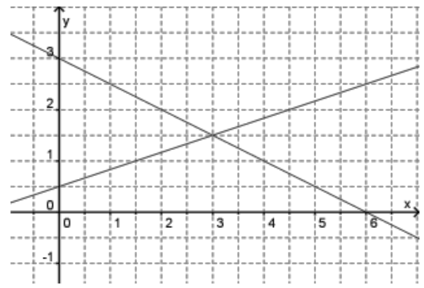
Bestimme rechnerisch die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems mit einem Lösungsverfahren deiner Wahl.

$$\text{(I)} \quad -5x - 2y = 10$$
$$\text{(II)} \quad 2x + 4y = 8$$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 14/17**

Lineare Gleichungssysteme

Mit der nebenstehenden Zeichnung soll ein lineares Gleichungssystem graphisch gelöst werden.
Gib ein passendes lineares Gleichungssystem mit der zugehörigen Lösungsmenge an.



GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 15/17**

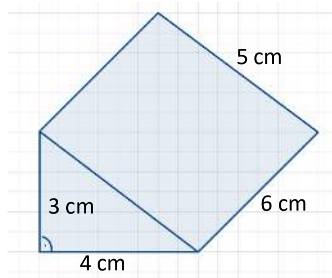
Kreis, Prisma und Zylinder

Der Anstoßkreis in einem Fußballfeld hat einen Umfang von 28,75 m.
Berechne nachvollziehbar den Radius und den Flächeninhalt dieses Kreises.
Runde den Radius auf drei Dezimalstellen und den Flächeninhalt auf eine.

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Aufgabe 16/17**

Kreis, Prisma und Zylinder

Die Abbildung zeigt das Schrägbild eines Prismas.
Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen dieses Prismas.



GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 14/17**

Lineare Gleichungssysteme

Man bestimmt die beiden Geradengleichungen:

$(\mathrm{I})\ y = -\frac{1}{2}x + 3$

$(\mathrm{II})\ y = \frac{1}{3}x + 0{,}5$

$\mathbb{L} = \{(3|1{,}5)\}$ *(Schnittpunkt)*

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 13/17**

Lineare Gleichungssysteme

Zum Beispiel mit dem Einsetzungsverfahren:

$$\begin{aligned} &\text{aus (II)} && x + 2y = 4 \\ &\text{(II)}' && x = -2y + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{(II)}' \text{ in (I)} && -5 \cdot (-2y + 4) - 2y = 10 \\ & && 10y - 20 - 2y = 10 \quad / +20 \\ & && 8y = 30 \quad / : 8 \\ & && y = \frac{30}{8} = 3{,}75 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &y \text{ in (II)}' && x = -2 \cdot 3{,}75 + 4 \\ & && x = -3{,}5 \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \{(-3{,}5|3{,}75)\}$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 16/17**

Kreis, Prisma und Zylinder

$O_P = 2 \cdot G + M = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm} + (3\ \text{cm} + 4\ \text{cm} + 5\ \text{cm}) \cdot 6\ \text{cm} = 84\ \text{cm}^2$

$V_P = G \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm} \cdot 6\ \text{cm} = 36\ \text{cm}^3$

GRUNDWISSEN 8. KLASSE **Lösung 15/17**

Kreis, Prisma und Zylinder

$u_K = 2\pi r \quad | : (2\pi)$

$r = \frac{u_K}{2\pi} = \frac{28{,}75\ \text{m}}{2\pi} \approx 4{,}576\ \text{m}$

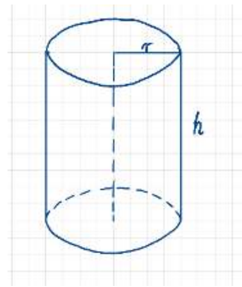
$A_K = \pi r^2 = \pi \cdot (4{,}576\ \text{m})^2 \approx 65{,}8\ \text{m}^2$

Ein Zylinder hat einen Radius von 2 cm und eine Höhe von 5 cm.

a) Zeichne ein Schrägbild dieses Zylinders.

b) Berechne den Oberflächeninhalt dieses Zylinders exakt und vollständig vereinfacht. Runde anschließend auf eine Dezimalstelle.

a)



b) Die Mantelfläche des Zylinders ist ein Rechteck mit den Seitenlängen $2 \cdot \pi \cdot r$ und h.

$$O_Z = 2 \cdot G + M = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$$
$$= 2 \cdot \pi \cdot 2\text{ cm} \cdot (2\text{ cm} + 5\text{cm}) = 28\pi\text{ cm}^2 \approx 88{,}0\text{ cm}^2$$