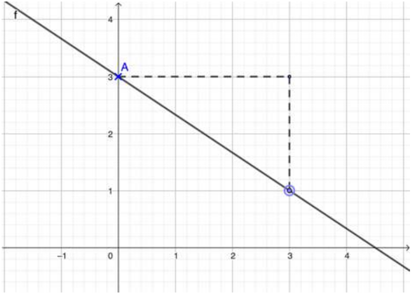
a) Zeichne die Gerade f mit dem Funktionsterm $\mathrm{f(x)} = -\frac{2}{3}\mathrm{x} + 3$ in ein Koordinatensystem, ohne Punkte zu berechnen.

b) Gib den Funktionsterm einer Gerade g an, die parallel zur Gerade f verläuft und durch den Punkt $P(0|-2)$ geht.

a)



b) $g(x) = -\frac{2}{3}x - 2$

Bestimme rechnerisch die Funktionsgleichung einer Gerade g, die durch die Punkte $A(-1|3)$ und $B(3|-7)$ geht.

Allgemeine Geradengleichung: $\mathrm{y = m \cdot x + t}$

Steigung m der Gerade:

$$\mathrm{m} = \frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{x}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-7-3}{3-(-1)} = \frac{-10}{4} = -2{,}5$$

$$\longrightarrow \mathrm{y} = -2{,}5 \cdot \mathrm{x} + \mathrm{t}$$

Die Koordinaten eines der beiden Punkte einsetzen, z. B. von A:

$$3 = -2{,}5 \cdot (-1) + \mathrm{t}$$

$$3 = 2{,}5 + \mathrm{t}$$

$$\mathrm{t} = 0{,}5$$

$$\longrightarrow \mathrm{y} = -2{,}5 \cdot \mathrm{x} + 0{,}5$$

Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt S der beiden Geraden g und f mit den Funktionstermen $\mathrm{g}(\mathrm{x}) = \frac{3}{2}\mathrm{x} + 1$ und $f(x) = -\frac{5}{2}x + 3$.

Allgemeiner Ansatz: *g(x) = f(x)*

$\frac{3}{2}\mathrm{x} + 1 = -\frac{5}{2}\mathrm{x} + 3$

$1{,}5\mathrm{x} + 2{,}5\mathrm{x} = 3 - 1$

$4x = 2$

$\mathrm{x} = \frac{2}{4} = 0{,}5$ *(x-Koordinate des Schnittpunktes S)*

$x = 0{,}5$ *in einen der beiden Funktionsterme einsetzen, z. B.*

$g(0{,}5) = 1{,}5 \cdot 0{,}5 + 1 = 1{,}75$

$\longrightarrow \mathrm{S}(0{,}5|1{,}75)$

Ermittle rechnerisch die Lösungsmenge der folgenden linearen Ungleichung in Intervallschreibweise ($\mathbb{G} = \mathbb{Q}$).

$$3{,}5x + 9 \geq 6{,}5 - 4x$$

$3{,}5x + 9 \geq 6{,}5 - 4x \quad | -9$

$3{,}5x \geq -2{,}5 - 4x \quad | +4x$

$7{,}5x \geq -2{,}5 \quad | : 7{,}5$

$$x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\mathbb{L} = [-\tfrac{1}{3};\ +\infty[$$

Bestimme den Funktionsterm der gebrochen-rationalen Funktion f mit $f(x) = \frac{a}{x+b} + c$ anhand der gegebenen Eigenschaften:

- Die Gleichungen der Asymptoten von G_f sind x = – 3 und y = – 1.
- Der Graph G_f verläuft durch den Punkt $P(-1|4)$.

Aus den beiden Gleichungen der Asymptoten ergibt sich:

$$f(x) = \frac{a}{x+3} - 1$$

Die Koordinaten von $P(-1|4)$ einsetzen:

$$4 = \frac{a}{-1+3} - 1 \qquad |+1$$

$$5 = \frac{a}{2} \qquad |\cdot 2$$

a = 10

$$\longrightarrow f(x) = \frac{10}{x+3} - 1$$

Berechne und vereinfache so weit wie möglich.

$$\frac{4x+1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{2x}$$

Der Hauptnenner ist $2x^2$.

$$\frac{4x+1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{2x} = \frac{(4x+1)\cdot 2x - 3\cdot 2 + 1\cdot x}{2x^2} = \frac{8x^2 + 2x - 6 + x}{2x^2} = \frac{8x^2 + 3x - 6}{2x^2}$$

Gib die Definitionsmenge an und vereinfache so weit wie möglich.

$$\left(1 - \frac{2}{x}\right) : \frac{2 - x}{2}$$

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0; 2\}$

$$\left(1 - \frac{2}{x}\right) : \frac{2 - x}{2} = \frac{x - 2}{x} \cdot \frac{2}{2 - x} = \frac{x - 2}{x} \cdot \frac{2}{-(x - 2)} = -\frac{2}{x}$$

Gib die Definitionsmenge an und bestimme die Lösungsmenge.

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-2}{x}$$

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 0\}$

$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-2}{x}$

$(x - 1) \cdot x = (x - 2) \cdot (x + 2)$

$x^2 - x = x^2 - 4$

$x = 4$

$\mathbb{L} = \{4\}$

Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte des Funktionsgraphen von $f(x) = \frac{1}{x-3} + 2$ mit den Koordinatenachsen.

Schnittpunkt mit der x-Achse:

$\frac{1}{x-3}+2=0$

$\frac{1}{x-3}=-2$

$1=-2\cdot(x-3)$

$1=-2x+6$

$-5=-2x$

$x=2{,}5 \longrightarrow S_x(2{,}5|0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f(0)=\frac{1}{0-3}+2=-\frac{1}{3}+2=1\frac{2}{3} \longrightarrow S_y\left(0\middle|1\frac{2}{3}\right)$

Zwei Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 werden gleichzeitig geworfen. Es handelt sich dabei um ein Laplace-Experiment mit dem Ergebnisraum $\Omega = \{(1|1);\ (1|2); \ldots;\ (6|6)\}$.

a) Betrachtet wird das Ereignis A: „Die Augensumme der beiden Augenzahlen ist 8." Gib A in Mengenschreibweise an und berechne die Wahrscheinlichkeit von A in %.

b) Das Ereignis B (bei obigem Zufallsexperiment) hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{18}$. Formuliere ein dazu passendes Ereignis mit Worten.

a) $A = \{(2|6);\ (3|5);\ (4|4);\ (5|3);\ (6|2)\}.$
$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5}{36} \approx 13{,}9\ \%$

b) zum Beispiel B: „Die Augensumme ist 3." ($P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$)

Eine 1-Euro-Münze wird dreimal hintereinander geworfen, es erscheint entweder „Wappen“ (W) oder „Zahl“ (Z). Es handelt sich dabei um ein Laplace-Experiment.

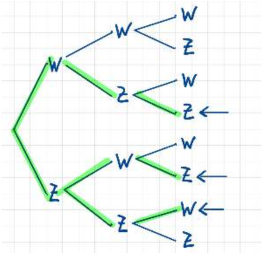
a) Bestimme mit Hilfe eines vollständigen Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E: „genau zweimal Zahl“ in %.
Kennzeichne dazu alle Pfade, die zu E gehören.

b) Betrachtet wird jetzt das Ereignis F: „mindestens zweimal Wappen“.
Formuliere das Gegenereignis von F mit Worten.

a) Drei *von den acht möglichen gleichwahrscheinlichen Pfaden gehören zu E, deshalb*

$$\mathrm{P(E)} = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{3}{8} = 37{,}5\ \%$$

b) $\overline{\mathrm{F}}$: höchstens einmal Wappen



Bestimme rechnerisch die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems mit einem Lösungsverfahren deiner Wahl.

$$\begin{aligned}
&(\mathrm{I}) \quad -5x - 2y = 10 \\
&(\mathrm{II}) \quad 2x + 4y = 8
\end{aligned}$$

Zum Beispiel mit dem Einsetzungsverfahren:

aus (II) $\quad x + 2y = 4$

(II)' $\quad x = -2y + 4$

(II)' in (I) $\quad -5 \cdot (-2y + 4) - 2y = 10$

$10y - 20 - 2y = 10 \quad / +20$

$8y = 30 \quad / : 8$

$y = \frac{30}{8} = 3{,}75$

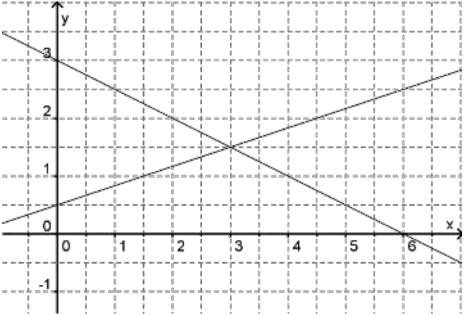
y in (II)' $\quad x = -2 \cdot 3{,}75 + 4$

$x = -3{,}5$

$\mathbb{L} = \{(-3{,}5|3{,}75)\}$

Mit der nebenstehenden Zeichnung soll ein lineares Gleichungssystem graphisch gelöst werden.

Gib ein passendes lineares Gleichungssystem mit der zugehörigen Lösungsmenge an.



Man bestimmt die beiden Geradengleichungen:

$$(\mathrm{I})\ y = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$(\mathrm{II})\ y = \frac{1}{3}x + 0{,}5$$

$\mathbb{L} = \{(3|1{,}5)\}$ *(Schnittpunkt)*

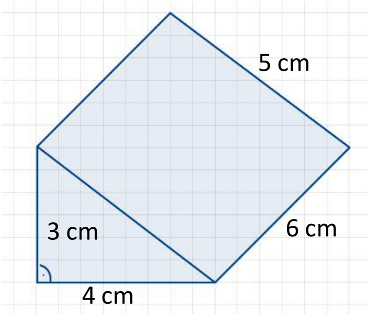
Der Anstoßkreis in einem Fußballfeld hat einen Umfang von 28,75 m.
Berechne nachvollziehbar den Radius und den Flächeninhalt dieses Kreises.
Runde den Radius auf drei Dezimalstellen und den Flächeninhalt auf eine.

$$u_K = 2\pi r \quad |:(2\pi)$$

$$r = \frac{u_K}{2\pi} = \frac{28{,}75\ \text{m}}{2\pi} \approx 4{,}576\ \text{m}$$

$$A_K = \pi r^2 = \pi \cdot (4{,}576\ \text{m})^2 \approx 65{,}8\ \text{m}^2$$

Die Abbildung zeigt das Schrägbild eines Prismas.
Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen dieses Prismas.



$$O_P = 2 \cdot G + M = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\ \mathrm{cm} \cdot 4\ \mathrm{cm} + (3\ \mathrm{cm} + 4\ \mathrm{cm} + 5\ \mathrm{cm}) \cdot 6\ \mathrm{cm} = 84\ \mathrm{cm}^2$$

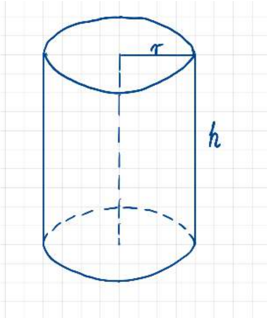
$$V_P = G \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3\ \mathrm{cm} \cdot 4\ \mathrm{cm} \cdot 6\ \mathrm{cm} = 36\ \mathrm{cm}^3$$

Ein Zylinder hat einen Radius von 2 cm und eine Höhe von 5 cm.

a) Zeichne ein Schrägbild dieses Zylinders.

b) Berechne den Oberflächeninhalt dieses Zylinders exakt und vollständig vereinfacht. Runde anschließend auf eine Dezimalstelle.

a)



b) Die Mantelfläche des Zylinders ist ein Rechteck mit den Seitenlängen $2 \cdot \pi \cdot r$ und h.

$$O_Z = 2 \cdot G + M = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$$
$$= 2 \cdot \pi \cdot 2\,cm \cdot (2\,cm + 5cm) = 28\pi\,cm^2 \approx 88{,}0\,cm^2$$