Vereinfache soweit wie möglich $(a, b \in \mathbb{R}^+)$:

$$\left(\sqrt{a}+\sqrt{2b^2}\right)^2+\frac{\sqrt{18a^2b^3}}{\sqrt{ab}}-\sqrt{2b}\cdot b\cdot\sqrt{2b}$$

$$\left(\sqrt{a}+\sqrt{2b^2}\right)^2+\frac{\sqrt{18a^2b^3}}{\sqrt{ab}}-\sqrt{2b}\cdot b\cdot\sqrt{2b}=$$

$$a+2\sqrt{2ab^2}+2b^2+\sqrt{\frac{9\cdot 2a^2b^3}{ab}}-\sqrt{2b}\cdot\sqrt{2b}\cdot b=$$

$$a+2\sqrt{2ab^2}+2b^2+3\sqrt{2ab^2}-2b\cdot b=$$

$$a+5\sqrt{2ab^2}+2b^2-2b^2=$$

$$a+5b\sqrt{2a}$$

Bestimme jeweils geschickt alle Lösungen der folgenden quadratischen Gleichungen in der Menge der reellen Zahlen ohne die Lösungsformel zu verwenden:

a) $5x^2 - 2x = 0$

b) $3 \cdot (x+5)^2 - 7{,}68 = 0$

a) $5x^2 - 2x = 0$

$$5x \cdot \left(x - \frac{2}{5}\right) = 0$$

$$x_1 = 0; \;\; x_2 = \frac{2}{5}$$

b) $3 \cdot (x+5)^2 - 7{,}68 = 0 \quad | + 7{,}68$

$3 \cdot (x+5)^2 = 7{,}68 \quad |: 3$

$(x+5)^2 = 2{,}56 \quad |\sqrt{\ldots}$

$x_1 + 5 = 1{,}6 \qquad x_2 + 5 = -1{,}6$

$x_1 = -3{,}4 \qquad x_2 = -6{,}6$

Gegeben ist die quadratische Funktion f mit $f(x) = 3x^2 - 4x - 7$.
Berechne die Nullstellen von f.

$$f(x) = 0 \iff 3x^2 - 4x - 7 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 3 \cdot (-7)}}{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 84}}{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 10}{6}$$

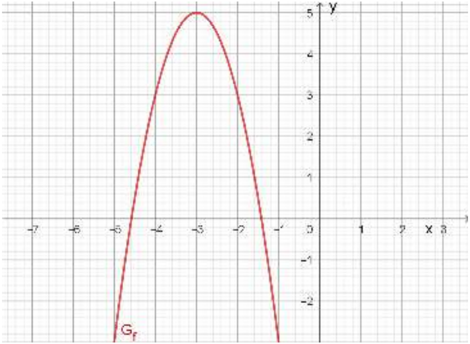
$$x_1 = 2\,\frac{1}{3} \qquad x_2 = -1$$

Gegeben ist die quadratische Funktion f mit $f(x) = -2(x+3)^2 + 5$ mit $D = \mathbb{R}$.

a) Zeichne den Graphen von f (mit Hilfe von mindestens 9 Punkten).

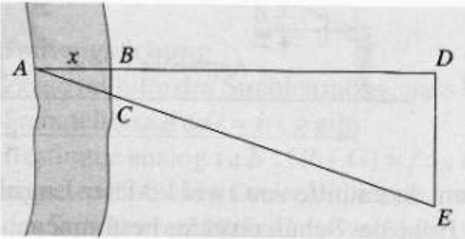
b) Gib in Stichpunkten an, wie der Graph von f aus dem Graphen der Funktion $x \longmapsto x^2$ hervorgeht.

a)



b)

- Spiegelung an der x-Achse
- Streckung mit den Faktor 2 in y-Richtung
- Verschiebung um 5 Einheiten nach oben
- Verschiebung um 3 Einheiten nach links



Zur Bestimmung der Breite $x = |\overline{AB}|$ eines Flusses werden die Punkte *B*, *C*, *D* und *E* abgesteckt und die Streckenlängen $|\overline{BC}| = 20m$, $|\overline{DE}| = 45m$ und $|\overline{BD}| = 70m$ gemessen. (siehe nebenstehende nicht maßstabsgetreue Abbildung)

a) Gib die Voraussetzung an, die für die Anwendung des Strahlensatzes hier erfüllt sein muss.

b) Berechne nun mithilfe des Strahlensatzes die Breite des Flusses.

a) $BC \parallel DE$

b) $\frac{x}{|\overline{BC}|} = \frac{x+|\overline{BD}|}{|\overline{DE}|}$

$$\frac{x}{20m} = \frac{x + 70m}{45m} \qquad | \cdot 20m \cdot 45m$$

$$x \cdot 45m = 20m \cdot (x + 70m)$$

$$x \cdot 45m = x \cdot 20m + 1400m^2 \qquad | - x \cdot 20m$$

$$x \cdot 25m = 1400m^2 \qquad |: 25m$$

$$x = 56m$$

Ermittle rechnerisch die Schnittpunkte der Graphen der beiden folgenden Funktionen mit den maximal möglichen Definitionsmengen $D_f = \mathbb{R}$; $D_g = \mathbb{R}\backslash\{5\}$:

$f(x) = 2x - 10$, $\quad g(x) = \frac{2}{x-5}$

$f(x) = g(x)$

$2x - 10 = \frac{2}{x-5} \qquad | \cdot (x-5)$

$(2x - 10)(x - 5) = 2 \quad | - 2$

$2x^2 - 10x - 10x + 48 = 0 \qquad |: 2$

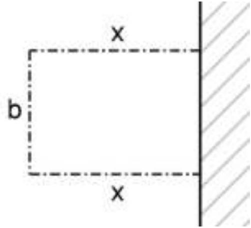
$x^2 - 10x + 24 = 0$

$(x - 6)(x - 4) = 0$

$x_1 = 6 \qquad\qquad x_2 = 4$

$y_1 = 2 \cdot 6 - 10 = 2 \qquad y_2 = 2 \cdot 4 - 10 = -2$

$S_1(6|2) \qquad\qquad S_2(4|-2)$



Mit einem 80m langen Maschendrahtzaun möchte ein Schäfer auf einer Wiese ein rechteckiges Gehege für seine Schafe abstecken, so dass den Schafen eine möglichst große Weidefläche zur Verfügung steht.
Auf einer Seite kann er den elektrischen Weidezaun einer Pferdekoppel als Abgrenzung nutzen.
Hierzu wird die Funktion f mit $f(x) = x \cdot (80 - 2x)$ betrachtet.

a) Begründe, dass der Flächeninhalt des Geheges für die Schafe in m^2 durch den Term $f(x)$ beschrieben wird.

b) Gib die beiden Nullstellen von f an und bestimme x so, dass der Flächeninhalt des Geheges maximal wird.
Formuliere einen Antwortsatz.

a) $f(x;b) = x \cdot b$ ist der Flächeninhalt in m^2.

Nebenbedingung: $2x + b = 80 \quad | - 2x$

$$b = 80 - 2x$$

$$\Longrightarrow f(x) = x \cdot (80 - 2x)$$

b) Nullstellen: $x_1 = 0; \quad x_2 = 40 \quad \Longrightarrow x_S = 20$

Für $x = 20m$ wird der Flächeninhalt maximal.

Der Graph einer allgemeinen quadratischen Funktion f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R},\ a \neq 0$) verläuft durch die Punkte P, Q und R. Laura hat mithilfe der Koordinaten der Punkte P, Q und R das folgende lineare Gleichungssystem aufgestellt:

$(I)\ 5 = a - b + c$
$(II)\ 15 = 16a + 4b + c$
$(III) - 1 = c$

a) Gib die Koordinaten des Punktes P an, mit dessen Hilfe Laura die Gleichung (I) aufgestellt hat.
b) Bestimme übersichtlich und nachvollziehbar a, b und c.

a) $P(-1|5)$

b) $(I)\ 5 = a - b + c$
$(II)\ 15 = 16a + 4b + c$
$(III) - 1 = c$

$(I')\ 5 = a - b - 1 \qquad | + 1 + b$
$(I')\ 6 + b = a$

$(II')\ 15 = 16 \cdot (6 + b) + 4b - 1$
$(II')\ 15 = 96 + 16b + 4b - 1 \qquad | - 95$
$(II') - 80 = 20b \qquad |: 20$
$(II')\ \ b = -4$

in $(I')\ a = 2$

$$\Longrightarrow y = 2x^2 - 4x - 1$$

a) Vom Dreieck ABC sind die Längen $a = 21$, $c = 13$ und der Winkel $\alpha = 90°$ bekannt.
Berechne die Länge der Seite b exakt.

b) Untersuche mithilfe einer Rechnung, ob das Dreieck DEF mit den Seitenlängen $d = 7, e = 11$ und $f = 8$ rechtwinklig ist.

a) Satz des Pythagoras: $b^2 + c^2 = a^2 \quad |-c^2$

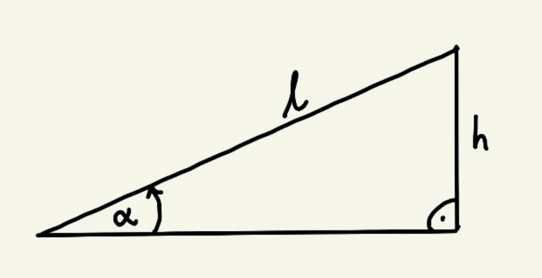
$$b^2 = a^2 - c^2$$
$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{21^2 - 13^2} = 4\sqrt{17}$$

b) e ist die längste Seite: $e^2 = 121$

$$d^2 + f^2 = 49 + 64 = 113$$
$$\Rightarrow e^2 \neq d^2 + f^2$$

$\Rightarrow$ Das Dreieck DEF ist nicht rechtwinklig.

Die Steigung einer Straße im Gebirge beträgt 18%. Fertige eine Skizze an und berechne den Höhenunterschied, der sich ergibt, wenn man entlang dieser Straße 3 km bergauf fährt.



$m = \tan \alpha = 18\%$

$\alpha = \tan^{-1} 0{,}18 \approx 10{,}2°$

$\sin \alpha = h : \ell$

$h = \ell \cdot \sin \alpha = 3\,km \cdot \sin 10{,}2° \approx 531\,m$

Bestimme von den folgenden Gleichungen alle Lösungen:

a) $25 - 625\,x^4 = 9$

b) $(x-3)^5 = -22$

a) $25 - 625\,x^4 = 9$ $\quad 625\,x^4 = 16$ $\quad x^4 = \frac{16}{625}$ $\quad x_{1/2} = \pm 0{,}4$

b) $x - 3 = -\sqrt[5]{22}$ $\quad | + 3$

$x = 3 - \sqrt[5]{22}$

a) Vereinfache weitestgehend in nachvollziehbaren Schritten ohne Taschenrechner:

$$81^{-0,75}$$

b) Fasse mit Hilfe der Potenzgesetze zusammen und berechne in nachvollziehbaren Schritten ohne Taschenrechner:

$$32^{0,5} \cdot 32^{-0,7} : 32^{-0,4}$$

a) $81^{-0,75} = ((81^{0,25})^3)^{-1} = \frac{1}{27}$

b) $32^{0,5} \cdot 32^{-0,7} : 32^{-0,4} = 32^{0,5-0,7+0,4} = 32^{1/5} = 2$

Um zur Schule zu kommen, muss Sarah mit dem Zug und anschließend mit dem Bus fahren. Nur wenn beide Verkehrsmittel pünktlich sind, kommt Sarah pünktlich zur Schule. Man betrachtet dazu folgende Ereignisse:

A: Der Zug ist pünktlich.

B: Der Bus ist pünktlich.

Für A und B gilt die nebenstehende Vierfeldertafel.

	A	$\bar{A}$	
B	72%	18%	90%
$\bar{B}$	8%	2%	10%
	80%	20%	

Bestimme die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse. Verwende dazu Mengenschreibweise.

a) Sarah kommt pünktlich zur Schule.

b) Nur der Zug ist unpünktlich.

c) Mindestens ein Verkehrsmittel ist unpünktlich.

a) $P(A \cap B) = 72\%$

b) $P(\bar{A} \cap B) = 18\%$

c) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B) = 28\%$

oder:

$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 18\% + 8\% + 2\% = 28\%$

a) Gib einen Winkel φ zwischen 0° und 360° an, für den gilt:
   $\sin \varphi > 0$ und $\cos \varphi < 0$
b) Gib alle Winkel φ zwischen 0° und 360° an, für die gilt:
   $\sin \varphi = \cos \varphi$
c) Bestimme die beiden Lösungen für $0° \leq \varphi \leq 360°$ und runde dabei auf 1 Dezimale:
   $\sin \varphi = 0{,}75$

a) Quadrant II $\Rightarrow$ $\varphi \in \,]\, 90° \,;\, 180° \,[$

b) $\varphi = 45°$ und $\varphi = 225°$

c) $\varphi_1 = \sin^{-1} 0{,}75 \approx 48{,}6°$

$\varphi_2 = 180° - 48{,}6° \approx 131{,}4°$